**71.14 – Modelos y Optimización I**

*Cuarta Entrega: Heurística y Análisis de Sensibilidad*

2do cuatrimestre 2015

**Integrantes:**

**Nombre E-mail Padrón**

Diego Kim diegofk26@gmail.com 94783

Florencia Rupcic ﬂorencia441@hotmail.com 94525

**Fecha de entrega**: Sábado 21 de noviembre de 2015

*Índice*

Índice . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 1

Heurística . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2

Consigna . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2

Resultado de la tercera entrega . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2

Primera opción . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 3

Pseudocódigo . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 4

Código . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 6

Salida . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 6

Informe de resultados . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 7

Segunda opción . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 9

Comparación resultados . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 11

Análisis de Sensibilidad . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 13

Enunciado . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 13

Resolución . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 14

Anexo . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 24

*Heurística*

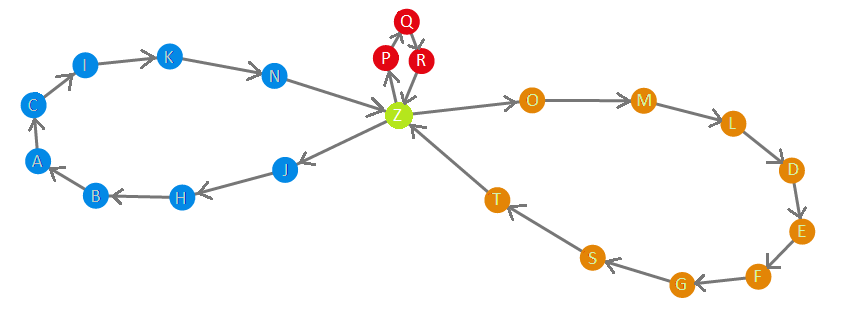
*Consigna*

Desarrollar una heurística que construya una solución para el problema a partir del resultado obtenido en la tercera entrega.

Comparar ambas soluciones en términos de eficiencia y del tiempo necesario para llegar a cada una.

*Resultado obtenido en la tercera entrega*

Gráficamente, el resultado de la corrida de la tercera entrega se representa de la siguiente forma:

****

Donde cada combi es representada por un color:

* Combi 1: Azul
* Combi 2: Rojo
* Combi 3: Naranja

*Primera Opción*

Como se debe partir de la solución obtenida en la instancia de corrida del modelo, la heurística a utilizar deberá ser una heurística de mejoramiento.

Se pensó para algunos casos en dividir el problema en tres viajantes por cada una de las combis utilizadas y se aplicó la heurística a cada uno de ellos.

*Pre-procesamiento de datos de entrada: A partir de un script de bash junto con expresiones regulares se genera un archivo solparseada.txt que contiene parte de la información del resultado de la corrida. Cada linea es del estilo:*

1262 U[1,A] \* 4 0 ( de la salida de glpk )

donde U[1,A] significa que el domicilio A pertenece a la combi 1 y el orden de su visita es 4.

Luego para cada tour se prueba si al cambiar la posicion del nodo en el recorrido con todos los demas (del mismo recorrido) mejora la solución.

Ademas se intenta realizar cambios entre empleados de distintas combis, para un empleado de una combi analizo la posibilidad de intercambiarlo con otro de otra combi, si mejora la solucion o da igual ( cada una de las distancias y los tiempos de las combis en las cuales se realizo el intercambio: se mantienen igual o mejoran ) cambio los nodos, sino no hago nada.

*Pseudocódigo*

1. *Pre-procesamiento de datos de entrada.*
2. *Para todo tour:*
   1. *Para todo domicilio a*
      1. *Para todo domicilio de b que pertenece desde a+1 hasta el final:*
         1. *Cambio de posicion los nodos a y b y calcular los tiempos y distancias y compararlos con los actuales:*
            1. *Si mejora la solucion o da igual, dejar el cambio, tomar como actuales los nuevos tiempos y distancias y proseguir.*
            2. *Sino revertir el cambio*
         2. *Fin*
      2. *Fin*
   2. *Fin*
3. *Fin*
4. *Para todo tour A:*
   1. *Para todo empleado a de A:*
      1. *Para todo tour B diferente de A:*
         1. *Para todo empleado b de B:*
            1. *Ver la distancia de a hasta a+1 de A y desde b hasta b+1 de B.*
            2. *Ver la distancia de a hasta b+1 y desde b hasta a+1*
            3. *Comparar la distancia (a -> a+1) con (b -> a+1)*
            4. *Comparar la distancia (b -> b+1) con (a -> b+1)*

*Si mejora la solucion o da igual (mejoran ambas o dan igual ambas), realizo el cambio y prosigo*

*Sino no hago nada*

* + - * 1. *Fin*
      1. *Fin*
    1. *Fin*
  1. *Fin*

1. *Fin*

*Código:*

Se puede ver en la carpeta del proyecto, ya que se haria muy extenso incluirlo aquí. El mismo esta escrito en C++, el mismo esta dividido en main.cpp la parte principal, y en data/solucion/parseo.sh el preprocesamiento de los datos.

*Salida*

Inicial Combi 1 Tiempo 120 minutos Distancia 20 kilómetros

Final Combi 1 Tiempo 120 minutos Distancia 20 kilómetros

Recorrido Inicial  **J H B A C I K N**

Recorrido Final **J H B A C I K N**

Inicial Combi 2 Tiempo 30 minutos Distancia 5 kilómetros

Final Combi 2 Tiempo 30 minutos Distancia 5 kilómetros

Recorrido Inicial **P Q R**

Recorrido Final  **P Q R**

**Inicial** **Combi 3** Tiempo **120 minutos** Distancia **20 kilómetros**

**Final** **Combi 3** Tiempo **108 minutos** Distancia **18 kilómetros**

Recorrido Inicial **O M L D E F G S T**

Recorrido Final **O M G F E D L S T**

*Informe de Resultados*

Teniendo en cuenta que nuestro objetivo consiste en determinar la cantidad de combis a utilizar para el traslado de los veinte empleados y determinar el camino mínimo a recorrer por cada una de ellas, se deduce que:

**La cantidad de combis a utilizar es de tres combis.**

**Los caminos mínimos recorridos por cada una de ellas** deberán ser los siguientes, en donde se muestra el orden desde el primer domicilio a visitar hasta el último:

Combi 1:

Este recorrido se podrá hacer en un tiempo de 120 minutos.

Esta combi deberá visitar los siguientes domicilios en el orden indicado y en el horario indicado:

1. J (7:00 hs)
2. H (7:12 hs)
3. B (7:24 hs)
4. A (7:42 hs)
5. C (8:00 hs)
6. I (8:12 hs)
7. K (8:24 hs)
8. N (8:42 hs)

La combi deberá salir a la hora 7:00 para poder completar el recorrido.

Combi 2:

Este recorrido se podrá hacer en un tiempo de 30 minutos.

Esta combi deberá visitar los siguientes domicilios en el orden indicado y en el horario indicado:

1. P (8:30 hs)
2. Q (8:42 hs)
3. R (8:48 hs)

La combi deberá salir a la hora 8:30 para poder completar el recorrido.

Combi 3:

Este recorrido se podrá hacer en un tiempo de 108 minutos.

Esta combi deberá visitar los siguientes domicilios en el orden indicado y en el horario indicado:

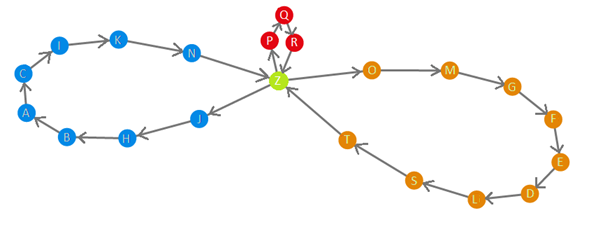
1. O (7:12 hs)
2. M (7:24 hs)
3. G (7:42 hs)
4. F (7:48 hs)
5. E (7:54 hs)
6. D (8:00 hs)
7. L (8:24 hs)
8. S (8:48 hs)
9. T (9:00 hs)

La combi deberá salir a la hora 7:12 para poder completar el recorrido.

**Observacion: Nos parecio raro el hecho de que de T a Z se pueda llegar en 0 minutos, ya que en el grafico del enunciado, no habia ningun domicilio tan cercano a z.**

**El costo de alquiler de las combis será de: $ 343,00.** Este costo incluye tanto el costo por contratar las combis como el costo por los kilómetros recorridos.

Gráficamente el resultado de la heurística podría representarse como:

****

Donde cada combi es representada por un color:

* Combi 1: Azul
* Combi 2: Rojo
* Combi 3: Naranja

**Nota:** La localización de los domicilios no corresponde a la verdadera ubicación, las posiciones fueron modificadas con fines didácticos. Además se agregó el tramo inicial desde Z hacia el primer domicilio para poder representarlo como un problema del viajante (este es ficticio y no pesa en el funcional).

*Segunda Opción*

En base a los resultados obtenidos en la entrega anterior, se decidió quitar la combi que menos empleados transporta e intentar, utilizando la heurística mencionada anteriormente se trata de disminuir el tiempo que es lo que nos dificulta utilizar menos combis, y luego insertar a dichos empleados en los recorridos de alguna de las otras combis.

La combi con menos empleados fue la Combi 2, representada en rojo en el gráfico didáctico.

Se decidió encarar el problema con esta heurística ya que se consideró que quitar una combi reduciría el valor del funcional. Una combi tiene un costo de contratación de $100, valor demasiado elevado si se compara por el valor de $1 que tiene recorrer un kilómetro.

Sin embargo, por más que se pudo mejorar el resultado obtenido como se demostró en la Primera Opción, las mejoras no fueron suficientes como para permitir insertar a los empleados de la Combi 2 en los recorridos de las otras combis, ya que se superaba la restricción de tiempo de 120 minutos.

La mejora conseguida para los intercambios muestra que para la tercera combi, solo se llegó a alcanzar un tiempo de 18 kilómetros comparado a los 20 kilómetros obtenidos inicialmente.

Por lo tanto la idea queda descartada para el ejemplo dado. Igualmente se realiza en el código aunque esto no de beneficios.

*Pseudocódigo*

Pseudocodigo de la primera opcion con el agregado de:

1. Me fijo cual es la combi con menor cantidad de empleados. En caso de empate elijo por orden ( combi 1 primera, combi 2 segunda, combi 3 ultima).
2. Para cada empleado que viaja en esa combi:  
   1. Para la primer combi de las restantes ( por orden ):  
      1. Veo si puede llegar a caber un empleado mas ( la cantidad de empleados de la combi es menor a 15 y el tiempo que tarda es menor a 120 minutos ).  
         1. En caso afirmativo, lo añado en el lugar que me genere una menor distancia total, luego vuelvo a comprobar el tiempo:  
            1. Si da menos de 120 minutos, mantengo el cambio
            2. Sino lo revierto y pruebo con la combi que falta.
         2. Sino pruebo con la combi que falta.
      2. Fin
   2. Fin
3. Fin
4. Si pude añadir a todos los empleados de la combi con menor cantidad, ese sera ahora el nuevo resultado.
5. Si no pude añadirlos, me quedo con la solucion de 3 combis inicial.

*Comparación de Resultados*

La comparación de resultados obtenidos es la siguiente (salida de la solución programada):

Inicial Combi 1 Tiempo 120 minutos Distancia 20 kilómetros

Final Combi 1 Tiempo 120 minutos Distancia 20 kilómetros

Recorrido Inicial  **J H B A C I K N**

Recorrido Final **J H B A C I K N**

Inicial Combi 2 Tiempo 30 minutos Distancia 5 kilómetros

Final Combi 2 Tiempo 30 minutos Distancia 5 kilómetros

Recorrido Inicial **P Q R**

Recorrido Final  **P Q R**

**Inicial** **Combi 3** Tiempo **120 minutos** Distancia **20 kilómetros**

**Final** **Combi 3** Tiempo **108 minutos** Distancia **18 kilómetros**

Recorrido Inicial **O M L D E F G S T**

Recorrido Final **O M G F E D L S T**

Como puede observarse, la heurística logró mejorar tanto los tiempos como las distancias de la tercera combi al intercambiar ciertos nodos.

En cuanto al tiempo de corrida, la heurística se realiza en cuestión de segundos mientras que la corrida del primer modelo llegó a superar los 7000 segundos (valor tope que decidió aplicarse para evitar que el modelo siguiera corriendo durante horas).

*Análisis de Sensibilidad*

*Ejercicio 6.2*

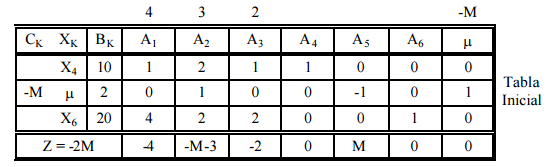
Dados el enunciado de un problema de Programación Lineal y las tablas inicial y final de su resolución por el método Simplex, se pide:

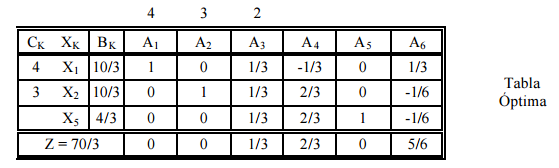
1. ¿Qué utilidad unitaria mínima deberá tener un producto P7 para que sea conveniente producirlo, sabiendo que por unidad requiere 2 kg. de materia prima y 3 horas de máquina? Detallar los cálculos.
2. Graficar la variación de la cantidad de producto 1, del valor marginal del recurso hs. de máquina y del funcional, al variar la disponibilidad de materia prima entre 8 y 30 kg. por día. Indicar el valor de las pendientes señalando en qué parte de la tabla se encuentran.
3. ¿A qué valor total resulta conveniente vender a una empresa interesada, disponibilidad del recurso hs. de máquina en una magnitud de 12 horas? Detallar claramente y justificar los cálculos realizados.
4. Determinar si altera o no la estructura de la solución óptima el hecho de incorporar una nueva restricción, sobre mano de obra, cuya disponibilidad diaria es de 40 hs. hombre, sabiendo que cada producto utiliza 5, 6 y 1 hs. hombre respectivamente por cada unidad. Justificar la respuesta detallando todos los cálculos.

Enunciado:

Una empresa fabrica y vende tres productos (1, 2 y 3). Se dispone de 10 kg. diarios de materia prima y de 20 hs. de máquina diaria. Cada producto requiere 1, 2 y 1 kg. de materia prima, respectivamente, y de 4, 2, y 2 hs. de máquina por unidad. Los beneficios unitarios son de 4, 3 y 2 $/unidad.

Debido a un contrato firmado con un cliente se deben producir, como mínimo, 2 unidades diarias de producto 2.





*Resolución*

Interpretación del enunciado:

Materia Prima:

1 \* X1 + 2 \* X2 + 1 \* X3 <= 10

Producción Mínima:

X2 >= 2

Máquina:

4 \* X1 + 2 \* X2 + 2\* X3 <= 20

a)

Este es un problema de Introducción de un Nuevo Producto.

Para poder calcular la utilidad unitaria mínima del nuevo producto P7 tal que sea conveniente producirlo, primero se debe hallar la Matriz de Cambio de Base.

Para ello se identifica en la primera tabla del problema primal los vectores canónicos. En este caso, en orden, las columnas A4 μ y A6 son aquellas que contienen los vectores canónicos. Para el caso de μ, se trabaja con –A5 ya que se trata de una variable artificial.

Viendo la tabla óptima del primal y revisando las columnas A4, A5 y A6, con A5 cambiada de signo por lo explicado anteriormente, se concluye que la Matriz de Cambio de Base es la siguiente:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| -1/3 | 0 | 2 |
| 2/3 | 0 | 0 |
| 2/3 | -1 | 3 |

Ahora se podrá calcular la nueva columna de la tabla al multiplicar la matriz por el vector que surge de colocar los requerimientos de recursos en orden.

Como la primera columna de la matriz corresponde a la materia prima, la primera fila del vector deberá también corresponder con el requerimiento de la materia prima (en este caso de 2 kg.).

El vector será:

[ 2 0 3 ]

Multiplicando la Matriz de Cambio de Base con el vector anterior, obtenemos un nuevo vector:

[ 1/3 5/6 5/6 ]

Este vector se coloca en la última y nueva columna A7 y se obtiene la nueva tabla.

4 3 2 C7

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Ck** | **Xk** | **Bk** | **A1** | **A2** | **A3** | **A4** | **A5** | **A6** | **A7** |
| 4 | X1 | 10/3 | 1 | 0 | 1/3 | -1/3 | 0 | 1/3 | **1/3** |
| 3 | X2 | 10/3 | 0 | 1 | 1/3 | 2/3 | 0 | -1/6 | **5/6** |
| 0 | X5 | 4/3 | 0 | 0 | 1/3 | 2/3 | 1 | -1/6 | **5/6** |
| Z = 70/3 | | | 0 | 0 | 1/3 | 2/3 | 0 | 5/6 | *Z7-C7* |

Se deberá hacer entrar a A7 a la base. Para ello, se necesita que Z7 – C7 sea negativo o igual a 0.

Z7 = 4 \* 1/3 + 3 \* 5/6 + 0 \* 5/6 = 23/6

Como se mencionó antes, Z7 – C7 <= 0. Es decir, Z7 <= C7

Con lo que C7 >= 23/6 para que fabricar el producto sea conveniente.

b)

Se pide graficar la variación de la cantidad de producto 1, del valor marginal del recurso horas de máquina y del funcional. Es decir, hay que calcular la variación de X1, Y3 y Z cuando las disponibilidades de materia prima varían entre 8 y 30 kg. por día.

Para empezar, se sabe que para trabajar con las variaciones de disponibilidades es necesario trabajar en la tabla dual del problema.

El planteo del dual se armó siguiendo las siguientes reglas:

- El problema dual tiene una variable real por cada restricción del problema primal.

Nuestro problema primal tiene tres restricciones, por lo que las variables reales del dual serán Y1, Y2, Y3.

- El problema dual tiene tantas restricciones como variables reales tiene el primal.

El primal tiene tres variables reales, X1, X2 y X3. Por lo tanto, el problema dual tendrá tres restricciones.

- El problema dual es de máximo si el primal es de mínimo y viceversa.

Nuestro problema era de máximo, por lo que el dual será de mínimo.

- Los coeficientes del funcional del primal son términos independientes de las restricciones del dual.

Los coeficientes del funcional del primal son 4, 3 y 2. Por lo tanto, los Bk del dual deberán ser los mismos.

- Los términos independientes del primal son los coeficientes del funcional del dual.

Los términos independientes son 10, -2 y 20.

- La columna de coeficientes en el primal es la fila de coeficientes en el dual.

- El sentido de las desigualdades del primal es opuesto en el dual.

El problema primal original es el que se muestra a continuación:

Materia Prima:

1 \* X1 + 2 \* X2 + 1 \* X3 <= 10

Producción Mínima:

X2 >= 2

Máquina:

4 \* X1 + 2 \* X2 + 2\* X3 <= 20

Para poder realizar el pasaje al dual, es necesario que todas las inecuaciones cuenten con el mismo signo. Para esto, se multiplica la restricción de Producción Mínima por -1 a ambos lados de la inecuación y se invierte el signo a uno de menor igual.

X1 + 2 \* X2 + X3 <= 10

- X2 <= -2

4 \* X1 + 2 \* X2 + 2 \* X3 <= 20

Zmáx = 4 \* X1 + 3 \* X2 + 2 \* X3

Haciendo el pasaje al problema dual, se obtiene lo siguiente:

Y1 + 0 \* Y2 + 4 \* Y3 >= 4

2 \* Y1 – Y2 + 2 \* Y3 >= 3

Y1 + 0 \* Y2 + 2 \* Y3 >= 2

Zmín = 10 \* Y1 – 2 \* Y2 + 20 \* Y3

Se puede armar la tabla óptima del dual a partir de la óptima del primal. Para esto, es necesario trabajar con la tabla que se presenta a continuación para analizar la relación entre las variables del primal con las variables del dual.

X1 = 10/3 Y4 = 0

X2 = 10/3 Y5 = 0

X3 = 0 Y6 = 1/3

X4 = 0 Y1 = 2/3

X5 = 4/3 Y2 = 0

X6 = 0 Y3 = 5/6

Las variables Xi que aparecen subrayadas son aquellas que figuran en la tabla óptima del primal. En la tabla óptima del dual, aparecerán los Yi que se correspondan con aquellas Xi que no aparezcan en la base del primal.

Para completar la tabla dual, se deberá buscar la intersección entre los Yi en la tabla primal y cambiar el signo.

10 -2 20

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Ck** | **Yk** | **Bk** | **A1** | **A2** | **A3** | **A4** | **A5** | **A6** |
| 0 | Y6 | 1/3 | 0 | -1/3 | 0 | -1/3 | -1/3 | 1 |
| 10 | Y1 | 2/3 | 1 | -2/3 | 0 | 1/3 | -2/3 | 0 |
| 20 | Y3 | 5/6 | 0 | 1/6 | 1 | -1/3 | 1/6 | 0 |
| Z = 70/3 | | | 0 | -4/3 | 0 | -10/3 | -10/3 | 0 |

Para ver en qué rangos de b1 esta tabla es óptima, se reemplaza el 10 (actual b1) por este término y se busca que los Zi – Ci continúen siendo negativos (menores o iguales a cero) ya que el problema dual es un problema de mínimo.

**b1** -2 20

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Ck** | **Yk** | **Bk** | **A1** | **A2** | **A3** | **A4** | **A5** | **A6** |
| 0 | Y6 | 1/3 | 0 | -1/3 | 0 | -1/3 | -1/3 | 1 |
| **b1** | Y1 | 2/3 | 1 | -2/3 | 0 | 1/3 | -2/3 | 0 |
| 20 | Y3 | 5/6 | 0 | 1/6 | 1 | -1/3 | 1/6 | 0 |
|  | | | 0 | (1) | 0 | (2) | (3) | 0 |

1. Para Y2:

-1/3 \* 0 – 2/3 \* b1 + 1/6 \* 20 + 2 <= 0

b1 >= 8

1. Para Y4:

-1/3 \* 0 + 1/3 \* b1 -1/3 \* 20 <= 0

b1 <= 20

1. Para Y5:

-1/3 \* 0 – 2/3 \* b1 + 1/6 \* 20 <= 0

b1 >= 5

Por lo tanto, esta tabla es óptima para:

8 <= b1 <= 20

Ahora es necesario analizar los bordes. Para ello, reemplazo el b1 por cada uno de los valores borde y realizo el mismo procedimiento realizado anteriormente.

En b1 = 20

**20** -2 20

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Ck** | **Yk** | **Bk** | **A1** | **A2** | **A3** | **A4** | **A5** | **A6** |
| 0 | Y6 | 1/3 | 0 | -1/3 | 0 | -1/3 | -1/3 | 1 |
| **20** | Y1 | 2/3 | 1 | -2/3 | 0 | **1/3** | -2/3 | 0 |
| 20 | Y3 | 5/6 | 0 | 1/6 | 1 | -1/3 | 1/6 | 0 |
| Z = 30 | | | 0 | -8 | 0 | 0\* | -10 | 0 |

Hay una solución alternativa. Hago ingresar a Y4. Para ver quién sale, calculo tita.

De esta forma se tiene:

Θ

* 🡪 No se puede calcular por ser el divisor negativo

2 Se calcula como ( 2/3 ) / ( 1/3 )

* 🡪 No se puede calcular por ser el divisor negativo

El Θ mínimo (el único en este caso) es el 2, por lo que corresponde hacer salir de la base a la variable Y1.

**b1** -2 20

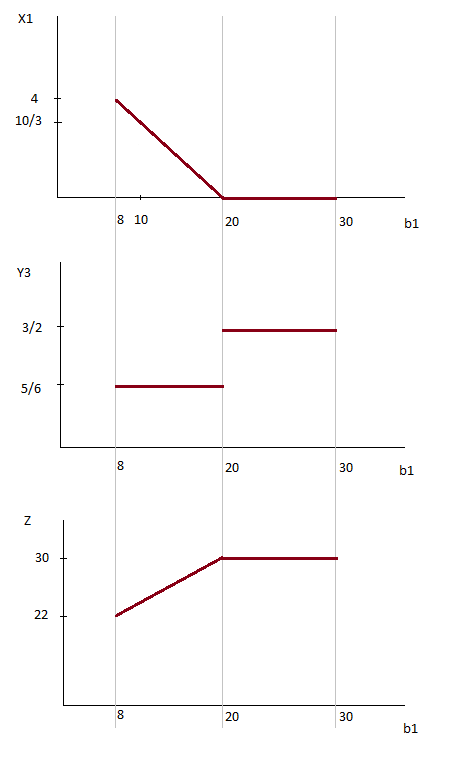
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Ck** | **Yk** | **Bk** | **A1** | **A2** | **A3** | **A4** | **A5** | **A6** |
| 0 | Y6 | 1 | 1 | -1 | 0 | 0 | -1 | 1 |
| 0 | Y4 | 2 | 3 | -2 | 0 | 1 | -2 | 0 |
| 20 | Y3 | 3/2 | 1 | -1/2 | 1 | 0 | -1/2 | 0 |
| Z = 30 | | | (1) | -8 | 0 | 0 | -10 | 0 |

1. Para Y1:

1 \* 20 – b1 <= 0

b1 >= 20

Por lo tanto, esta tabla es óptima para b1 >= 20.



Para graficar X1:

Entre el rango de 8 a 20 se utilizó la primera tabla calculada. Sabiendo que la variable X1 se relaciona con la Y4, se observó el Z4 – C4 al reemplazar b1 por 8 y luego por 20.

En el rango de b1 mayor a 20, se observó que la variable Y4 se encuentra en la base dentro de la segunda tabla. Como sabemos, si esta variable está en la base, X1 (aquella que se relaciona con Y4) no estará en la base del dual, y por ende valdrá cero.

Para graficar Y3:

Se observaron los valores Bk de ambas tablas. En cada tabla este valor es constante, por lo tanto, dentro del rango de 8 a 20 (primera tabla), el valor será uno constante de 5/6. En la segunda tabla, Y3 está dentro de la base con un valor de 3/2.

Para graficar Z:

Se reemplazan los extremos 8 y 20 en b1 de la primera tabla, y realizando los cálculos correspondientes se llega a que para 8 el Z será 22 y que para 20 será 30.

En la segunda tabla, este valor es 30 constante para todos los b1 mayores a 20.

Pendientes:

Para graficar Z:

La variación se realiza sobre b1, que corresponde a Y1. Esta variable se corresponde con X4. Revisando la tabla del primal, el valor marginal en la cuarta columna es 2/3.

Por lo tanto, la pendiente para el rango de 8 a 20 es de 2/3.

Para graficar X1:

La variable X1 se corresponde con la variable Y4. Posicionándonos en la fila correspondiente a Y1 (ya que b1 es lo que se está variando), se busca la intersección con la columna Y4 en la tabla óptima del dual. El valor hallado es de 1/3. Multiplicando por -1 se obtiene el valor de la pendiente, -1/3.

c)

Actualmente se cuenta con 20 horas de máquina diaria. Se desean vender 12 horas de este recurso, lo cual nos dejaría con un total de 8 horas.

Para variar la disponibilidad de un recurso, lo primero que hay que hacer es utilizar la tabla óptima del dual, la cual se construye a partir de la tabla óptima del problema primal que se da en el enunciado como dato.

Siguiendo el mismo procedimiento que en el inciso anterior, se llega a la siguiente tabla óptima para el dual:

10 -2 **8**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Ck** | **Yk** | **Bk** | **A1** | **A2** | **A3** | **A4** | **A5** | **A6** |
| 0 | Y6 | 1/3 | 0 | -1/3 | 0 | -1/3 | -1/3 | 1 |
| 10 | Y1 | 2/3 | 1 | -2/3 | 0 | 1/3 | -2/3 | 0 |
| **8** | Y3 | 5/6 | 0 | 1/6 | 1 | -1/3 | 1/6 | 0 |
| Z = 40/3 | | | 0 | -10/3 | 0 | 2/3 | -16/3 | 0 |

Se trata de un problema de mínimo para el problema dual, por lo que los Zj – Cj deben ser negativos. El único positivo que se puede ver en la tabla anterior es el Z4 – C4 con un valor de 2/3. Hacemos ingresar a Y4 a la base.

Para ver quién sale, se debe calcular tita, dividiendo cada Bk por el valor correspondiente de la columna A4.

De esta forma se tiene:

Θ

* 🡪 No se puede calcular por ser el divisor negativo

2 Se calcula como ( 2/3 ) / ( 1/3 )

* 🡪 No se puede calcular por ser el divisor negativo

El Θ mínimo (el único en este caso) es el 2, por lo que corresponde hacer salir de la base a la variable Y1.

Con el mismo procedimiento, se llega a la nueva tabla óptima:

10 -2 **8**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Ck** | **Yk** | **Bk** | **A1** | **A2** | **A3** | **A4** | **A5** | **A6** |
| 0 | Y6 | 1 | 1 | -1 | 0 | 0 | -1 | 1 |
| 0 | Y4 | 2 | 3 | -2 | 0 | 1 | -2 | 0 |
| **8** | Y3 | 3/2 | 1 | -1/2 | 1 | 0 | -1/2 | 0 |
| Z = 12 | | | -2 | -2 | 0 | 0 | -4 | 0 |

De esta forma se puede concluir que con 8 hs. máquina diarias disponibles, se obtiene una ganancia de $12.

Anteriormente, con 20 hs. máquina diarias, se ganaban $70/3 ≈ $23,33.

Para que convenga realizar la venta, debería vender esas horas a 70/3 – 12 = 34/3 ≈ $11,33.

d)

Se pide incorporar una nueva restricción sobre la mano de obra. Se indica que la disponibilidad diaria es de 40 hs. hombre, y que cada producto utiliza 5, 6 y 1 hs. hombre respectivamente por cada unidad.

Esta restricción podría escribirse como:

5 X1 + 6 X2 + 1 X3 <= 40

Para ver si altera o no la estructura de la solución óptima el hecho de agregar esta nueva restricción, se toman los valores de la tabla óptima dada como dato en el enunciado.

Analizándola, llegamos a la conclusión de que X1 y X2 son los únicos productos que se están fabricando, ya que X3 no se encuentra dentro de la base.

Interpretando la tabla y analizando la columna Bk, obtenemos que:

X1 = 10/3 X2 = 10/3 X3 = 0

Reemplazando dichos valores en la restricción anterior:

5 \* 10/3 + 6 \* 10/3 + 1 \* 0 <=40

Resolviendo los cálculos:

50/3 + 60/3 + 0 <= 40

110/3 ≈ 36,66 <= 40

Esta inecuación es verdadera, por lo que se puede concluir que incorporar esta nueva restricción **no alteraría la estructura de la solución óptima**.

*Anexo*

*Ejercicio 6.2*

Para la resolución del 6.2 b), se utilizó Gusek para analizar los casos borde y compararlos con los resultados obtenidos a través de los cálculos.

*Modelo*

/\* Resolucion 6.2 \*/

/\* Declaracion de variables \*/

var Y1 >= 0;

var Y2 >= 0;

var Y3 >= 0;

/\* Definicion del funcional \*/

minimize z: 10 \* Y1 - 2 \* Y2 + 20 \* Y3 ;

/\* Restricciones \*/

s.t. a: Y1 + 4 \* Y3 >= 4;

s.t. b: 2 \* Y1 - Y2 + 2 \* Y3 >= 3;

s.t. c: Y1 + 2 \* Y3 >= 2;

end;

*Solución Uno*

Con b1 = 8 se obtuvo la siguiente solución:

Problem: analisis

Rows: 4

Columns: 3

Non-zeros: 10

Status: OPTIMAL

Objective: z = 22 (MINimum)

No. Row name St Activity Lower bound Upper bound Marginal

------ ------------ -- ------------- ------------- ------------- -------------

**1 z B 22**

2 a NL 4 4 4

3 b NL 3 3 2

4 c B 2.33333 2

No. Column name St Activity Lower bound Upper bound Marginal

------ ------------ -- ------------- ------------- ------------- -------------

1 Y1 B 0.666667 0

2 Y2 NL 0 0 < eps

3 **Y3 B 0.833333** 0

*Solución Dos*

Con b1 = 20 se obtuvo la siguiente solución:

Problem: analisis

Rows: 4

Columns: 3

Non-zeros: 10

Status: OPTIMAL

Objective: z = 30 (MINimum)

No. Row name St Activity Lower bound Upper bound Marginal

------ ------------ -- ------------- ------------- ------------- -------------

1 z B 30

2 a B 6 4

3 b NL 3 3 10

4 c B 3 2

No. Column name St Activity Lower bound Upper bound Marginal

------ ------------ -- ------------- ------------- ------------- -------------

1 Y1 NL 0 0 < eps

2 Y2 NL 0 0 8

3 Y3 B 1.5 0

*Solución Tres*

Con b1 = 30 se obtuvo la siguiente solución:

Problem: analisis

Rows: 4

Columns: 3

Non-zeros: 10

Status: OPTIMAL

Objective: z = 30 (MINimum)

No. Row name St Activity Lower bound Upper bound Marginal

------ ------------ -- ------------- ------------- ------------- -------------

1 z B 30

2 a B 6 4

3 b NL 3 3 10

4 c B 3 2

No. Column name St Activity Lower bound Upper bound Marginal

------ ------------ -- ------------- ------------- ------------- -------------

1 Y1 NL 0 0 10

2 Y2 NL 0 0 8

3 Y3 B 1.5 0

Los cálculos realizados coinciden con los obtenidos por el software. El análisis correspondiente se realizó en la sección de Análisis de Sensibilidad.